Лечич Никола Добривоевич, к.ф.н.
преподаватель школы философии факультета гуманитарных наук
Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»
nlecic@hse.ru

тезисы доклада

Число и предел: к вопросу о существовании арифметики в V веке до н.э.

Когда говорят о существовании арифметики в V веке до н.э., обычно имеется в виду «арифметика камушков» («dot-arithmetics», «pebble-arithmetics»). Это гипотетическая конструкция, согласно которой числа были представлены с помощью двухмерного построения камушков (псефов — ψῆφοι). Гипотеза сформулирована и первые реконструкции осуществлены в трудах Барнета и Бекера. Основным текстуальным подтверждением ее существования считаются один фрагмент Эпихарма, описание гномона из «Физики» Аристотеля и одно свидетельство Архита (см. отрывки во второй части этого документа). Предполагаемым ядром этой арифметики была теория четного и нечетного; оно сохранилось в некоторых определениях Евклида и засвидетельствовано у Аристоксена в единственном сохранившемся отрывке из его труда «Об арифметике».

С другой стороны, несмотря на большие проблемы, связанные с подлинностью немалой части материала, традиционно считающегося раннепифагорейским, нет больших сомнений в том, что у Филолая и Еврита концепт числа был задействован в *философском* контексте (их концепт числа связывался с концептом *границей/предела*); а этот философский контекст соприкасается с фактом, что такие люди, так или иначе связанные с раннепифагорейским движением, как Гиппас из Метапонта и Феодор из Кирены, являются очень важными фигурами доевклидской математики (оба занимались вопросом несоизмеримости).

Поскольку в свое время монополистами в области арифметики были именно ранние пифагорейцы, естественно возникает вопрос: имеет ли ранняя арифметика какое-то отношение к предполагаемой раннепифагорейской числовой онтологии и через нее к досократической философии вообще?

Идея о связи арифметики и философии в V в., а также сами концепты псефической арифметики и досократической числовой онтологии сегодня с разных сторон встречаются с сильным скептицизмом. Он проявляется в утверждениях о том, (а) что у досократических философов не было никаких субстанциальных соприкосновений с математикой, (б) что популярный рассказ о том, что для ранних пифагорейцев случился мировоззренческий кризис (Grundlagenkrise), когда они обнаружили существование «иррациональных» чисел, — не более чем сказка, (в) что впечатление о «математичности» таких философов, как Филолай, возникает из-за тенденциозных интерпретаций Аристотеля, и (г) что вообще идея о существовании специфической формы арифметики в V в. — заблуждение. Яркие представители таких идей — В. Буркерт, Л.Я. Жмудь и Р. Нэц.

Однако, пространство для дискуссии здесь довольно большое. Вопросы, которые мы поднимем в докладе, можно резюмировать следующим образом:

1. Действительно ли критики концепта «псефической арифметики» правы?
2. Действительно ли Аристотель ошибался, приписавши ранним пифагорейцам числовую онтологию?
3. Имела ли арифметика V в. какое-то отношение к самому известному из математических открытий раннего периода, приписываемому пифагорейцам, — открытию несоизмеримости?
4. Могло ли открытие несоизмеримости иметь какое-либо философское (мировоззренческое) значение?

Возможные ответы на все эти вопросы переплетены следующим образом:

- если ключевые свидетельства Эпихарма и Аристотеля (см. отрывки во второй части этого документа) надо читать дословно, то сильно увеличивается вероятность арифметической интерпретации демонстраций несоизмеримости у Феодора, а, тем самым, и Гиппаса (пифагорейцев, представителей математики последнего и первого поколения ранних последователей Пифагора);
- если древняя демонстрация несоизмеримости была геометрической, то очень странно выглядит факт, что Евклид ее приводит (предложение X.2), но не пользуется ею ни в каких целях;
- если арифметическая реконструкция Гиппаса и Феодора верна, то это хорошо сочетается с реконструкциями псефической арифметики, обоснованной на свидетельствах Эпихарма, Аристотеля и Аристоксена;
- если ранние пифагорейцы занимались арифметикой, то тогда придется сделать вывод о том, что концепт числа существенно изменился в переходе из V в IV в., и что Теэтет сыграл в этом важную роль;
- если это так, то на вопрос о существовании «числовой онтологии» в V в. можно смотреть другими глазами.

В докладе мы обсудим по всем этим пунктам аргументы *pro et contra*.

От решений всех вышеперечисленных вопросов и проблем зависит то, как мы будем понимать некоторые ключевые явления досократической философии, а, тем самым, и развитие всей древнегреческой мысли.

Так, например, если не было никакой псефической арифметики, то картина ранних пифагорейцев получается не имеющей практически никакого отношения к их «классическому» образу: у них не было никакой числовой онтологии и никакой развитой арифметики, а те зародыши математики, которые у них, возможно, существовали, не имеют у своих авторов никакого отношения к их возможной принадлежности к пифагорейскому движению. Если это так, то на Платона и Раннюю Академию надо смотреть совсем другими глазами (они — творцы числовой онтологии), а Аристотеля придется считать соавтором одной из величайших фальсификаций в истории мысли.

А если все-таки Эпихарма и Аристотеля надо читать дословно, то сильно увеличивается вероятность арифметической интерпретации математики Феодора, а тем самым, и Гиппаса; если это так, то будет сложнее защищать тезис о том, что единое (τὸ ἕν) у Филолая не имеет никакого отношения к арифметике, а поэтому увеличивается вероятность того, что Еврит со своими двухмерными рисунками пределов-чисел был серьезным толкователем учения своего учителя. Тогда ранние пифагорейцы (а) вписываются в один из важнейших дискурсов досократической философии, дискурс о границе/пределе и беспредельном, а через это и в дискурс о бытии (у Парменида бытие и граница связаны между собой, а в более древней милетской традиции архэ мыслится как отсутствие границы), а (б) философия и арифметика V в. становятся частью одного мыслительного горизонта.

Тексты

1.

DK 23 B 2 (Эпихарм). Перевод А.В. Лебедева:

— <Если> к нечетному числу или, если тебе угодно, к четному,
Кто-нибудь пожелает прибавить камушек [= единицу] или же отнять
[его] от имеющихся в наличии:
Как ты думаешь, будет ли это <все> то же [число]? — По-моему нет.

2.

Arist. Phys. 203a5–16. Перевод В.П. Карпова:

[...] пифагорейцы [находят бесконечное] в чувственно-воспринимаемых вещах (ведь они и число не отделяют [от них]) [...]. [...] Далее, пифагорейцы отождествляют бесконечное с четным [числом], ибо оно, [четное], будучи заключено внутри и ограничено нечетным, сообщает существующим [вещам] бесконечность. Доказательством этому служит то, что происходит с числами, а именно если накладывать гномоны вокруг единицы или за исключением [нее], то в последнем случае получается всегда другой вид [фигуры], в первом же — один и тот же.

3.

Aristox. fr. 23 (ср. DK 58 B 2). Перевод Л.Я. Жмудя:
Считается, что Пифагор более всех людей ценил науку чисел; он продвинул ее вперед, отведя от занятий купцов и уподобляя все вещи числам. Ведь число содержит в себе и все остальное, и между всеми числами имеется рациональное отношение (λόγος). [...] Из чисел четными являются те, которые делятся на равные части, а нечетными те, что делятся на неравные и имеют середину. Поэтому считается, что по нечетным дням наступают кризисы и перемены в болезнях, относящиеся к их началу, пику и завершению, так как нечетное число имеет начало, середину и конец.

4.

DK 44 B 1, 3, 4, 7 (Филолай). Перевод А.В. Лебедева:
(B1) Природа (φύσις) в космосе образовалась [~ гармонически сладилась] (ἁρμόχθη) из безграничных (ἐξ ἀπείρων) и ограничивающих (καὶ περαινόντων) [элементов].
(B3) Если бы все было безграничным, то вовсе бы не было того, что можно познать (γνωσούμενον).

(B4) И впрямь все, что познается, имеет число (ἀριθμὸν ἔχοντι), ибо невозможно ни понять ничего, ни познать без него.
(B7) Первое слаженное (τὸ πρᾶτον ἁρμοσθέν), одно (τὸ ἕν), в середине Сферы называется «Очаг» (Гестия).

5.
DK 47 B 4 (Архит). Перевод А.В. Лебедева:
Думается, что искусство счета (логистика) весьма превосходит прочие искусства в том, что касается мудрости, в том числе и геометрическое искусство, ибо она с большей очевидностью трактует то, что ей нужно. [...] и там, где геометрия оказывается бессильной, искусство счета восполняет доказательства, и равным образом при любом исследовании фигур (εἰδέων), и то, что относится к фигурам.

6.
Euc. VII, def. 6, 7. Перевод Д.Д. Мордухай-Болтовского:

Четное число есть делящееся пополам.

Нечетное же — не делящееся пополам или отличающееся на единицу од четного числа.

7.
Arist. Met. N 5, 1092b8ff = DK 45 3. Перевод А.В. Лебедева:
Равным образом совершенно не определено, в каком смысле числа суть причины субстанции и бытия — как определения (ὅροι) (так же, как точки — определения величия, и как устанавливал Еврит, какое число присуще какой вещи; например, вот это число человека, вот это — коня, и, отображая камушками формы <животных и> растений (μορφὰς τῶν <ζῴων καὶ> φυτῶν), подобно тем, кто сводит числа к <геометрическим> фигурам, [изображая их в виде] треугольника и квадрата (ὥσπερ οἱ τοὺς ἀριθμοὺς ἄγοντες εἰς τὰ σχήματα τρίγωνον καὶ τετράγωνον) или же как консонанс есть отношение чисел, так и человек и все остальное?

8.

Pl. Tht. 147d–148a = DK 43 4. Перевод А.В. Лебедева:

[Теэтет:] — Присутствующий здесь Феодор чертил [ἔγραφε] нам что-то о квадратных корнях [περὶ δυνάμεων], показывая, что стороны квадратов, содержащих три [τρίποδος] и пять квадратных футов [πεντέποδος], несоизмеримы со стороной одного квадратного фута. Он выбирал один за другим квадраты вплоть до семнадцатифутового [ἑπτακαιδεκάποδος], а на нем остановился. И вот нам пришло на ум, поскольку число корней казалось бесконечным, попытаться объединить их все под одним именем, которым мы назовем все эти корни. — [Сократ:] Ну и как, нашли вы такое имя? — [Теэтет:] По-моему, нашли, но смотри сам. — [Сократ:] Говори. — [Теэтет:] Мы разделили все числа на два разряда. Те, которые способны получаться путем перемножения равных множителей, мы уподобили по фигуре квадрату и назвали их квадратными и равносторонними. — [Сократ:] Отлично. — [Теэтет:] А те, что находятся между ними, как, например, три, и (148a) пять, и всякое число, которое не может получится из умножения равного на равное, но либо большего на меньшее, либо меньшего на большее, так что на фигуре оно всегда заключено между неравных сторон, мы уподобили прямоугольной фигуре и назвали прямоугольным числом. — [Сократ:] Отлично. Но что потом? — [Теэтет:] Все линии, которые квадрируют плоско равностороннее число, — как потенции (δυνάμεις), поскольку они несоизмеримы с первыми по длине, но лишь по плоскости, которую они могут [~ обладают потенцией] [заключают в себе]. То же и об объемных фигурах.

9.

Euc. X, def. 1, prop. 2. Перевод Д.Д. Мордухай-Болтовского:

Соизмеримыми величинами называются измеряемые одной и той же мерой, несоизмеримыми же — для которых общая мера не может быть образована.

Если для двух [заданных] неравных величин при постоянном попеременном вычитании (ἀνθυφαιρουμένου) меньшей из большей остающееся никогда не будет измерять своего предшествующего, то величины будут несоизмеримыми (ἀσύμμετρα).

10.

Euc. VIII, prop. 14. Перевод Д.Д. Мордухай-Болтовского:

Если квадрат измеряет квадрат, то и сторона измерит сторону; и если сторона измеряет сторону, то и квадрат измерит квадрат.